МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА(1)

Задания к практическим занятиям

1. Алгебра высказываний

Высказывание - величина, которая может принимать два значения: “истина” и “ложь”. Высказывания обозначают большими латинскими буквами А, В, ..., а их значения, т. е. истину и ложь буквами И и Л.
Операции над высказываниями позволяют из одних высказываний получать новые.
Пусть даны два произвольных высказывания А и В.
1. Конъюнкцией называется высказывание $A \cap B = A \& B$, которое истинно тогда и только тогда, когда истинны А и В.
2. Дизъюнкцией называется высказывание $A \cup B$, которое истинно тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из высказываний А или В.
3. Импликация $A \to B$ ложна тогда и только тогда, когда А – истина, а В – ложь. При этом А называется посылкой, а В – следствием.
4. Эвиваленция $A \sim B$ истинна тогда и только тогда, когда и А, и В либо оба истинны, либо оба ложны.
5. Отрицание (инверсия) $\bar{A}$ истинна тогда и только тогда, когда А ложно.
Всякое сложное высказывание, составленное из них с помощью операций алгебры высказываний (1-5) называется формулой алгебры высказываний.

Для любой функции алгебры высказываний можно построить таблицу истинности.
Таблицы истинности простейших функций:

X	Y	$X \cap Y$	$X \cup Y$	$X \to Y$	$X \sim Y$	$\bar{X}$
Л	Л	Л	Л	И	И	И
Л	И	Л	И	И	Л	И
И	Л	Л	И	Л	Л	Л
И	И	И	И	И	И	Л

Две формулы V и W равносильны (обозначим V≈W), если они принимают одинаковые значения при любых значениях переменных. Очевидно, что такие формулы имеют совпадающие таблицы истинности.
Формула называется выполнимой, если существует такой набор значений переменных, при которых эта формула принимает значение “истинно”.
Формула называется тождественно истинной, если эта формула принимает значение “истинно” при всех наборах переменных.
Формула называется тождественно ложной, если эта формула принимает значение “ложно” при всех наборах переменных.

Пусть $x_1, x_2, \dots, x_n$ – произвольные переменные ($n \geq 1$). Будем называть конъюнкцией переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$ формулу $x_1 \& x_2 \& \dots \& x_n$.Будем называть дизъюнкцией переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$ формулу $x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n$.

Элементарной конъюнкцией называется произвольная конъюнкция переменных, которая содержит либо саму переменную, либо ее отрицание. Элементарной дизъюнкцией называется произвольная дизъюнкция переменных, которая содержит либо саму переменную, либо ее отрицание.

Дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ) называется произвольная дизъюнкция элементарных конъюнкций. Конъюнктивной нормальной формой (КНФ*)* называется произвольная конъюнкция элементарных дизъюнкция.

ДНФ (КНФ) формулы $\mathfrak{R}$ называется совершенной и обозначается СДНФ (СКНФ), если каждая переменная формулы входит в каждую элементарную конъюнкцию (дизъюнкцию) ровно один раз с отрицанием или без отрицания.

1.1 Построить таблицы истинности для формул:

а) $(x \to y) \vee (x \to (y \,\&\, x))$;
б) $\rceil(y \to \rceil(x \,\&\, y)) \to (x \vee z)$;
в) $x \,\&\, (y \to x) \to \rceil x$;
г) $(x \,\&\rceil y) \to y \to (x \to y)$;
д) $x \to (y \to z) \to ((x \to y) \to (x \to z))$.

1.2. Доказать выполнимость формул:

а) $\rceil(x \to \rceil y)$;
б) $(x \to y) \to (y \to x)$;
в) $x \to (y \,\&\, z) \,\&\, \rceil((y \vee z) \to x)$.

1.3. Доказать тождественную истинность формул:

а) $(x \to y) \vee (y \to x)$;
б) $(x \to y) \vee (x \to \rceil y)$;
в) $x \to (y \to (x \,\&\, y))$;
г) $(x \to y) \to ((y \to z) \to (x \to z))$;
д) $(\rceil x \to \rceil y) \to (y \to x)$;
е) $(x \to y) \to ((x \to \rceil y) \to \rceil x)$;
ж) $(\rceil x \to \rceil y) \to (\rceil x \to y) \to x$.

1.4. При каких значениях переменных x, y, z, u, v, w следующие формулы ложны?

а) $x \to (y \,\&\, z) \to (\rceil y \to x) \to \rceil y$;
б) $(x \vee y) \vee z \to (x \vee y) \,\&\, (x \vee z)$;
в) $(x \vee y) \,\&\, (y \vee z) \,\&\, (z \vee x) \to x \,\&\, y \,\&\, z$;
г) $(x \vee y) \to (\rceil x \,\&\, y) \vee (x \,\&\rceil y)$.

1.5. Доказать, что если формулы $\Re$ и $\Re \to \Im$ тождественно истинны, то формула $\Im$ - тождественно истинна.

1.6. Доказать, что если формулы $\Re \vee \Im$ и $\rceil \Re \vee \aleph$ тождественно истинны, то формула $\Im \vee \aleph$ тождественно истинна.

1.7. Доказать, что если формулы $\rceil \Re \vee \Im$ и $\rceil \aleph \vee \rceil \Im$ тождественно истинны, то формула $\Re \to \rceil \aleph$ тождественно истинна.

1.8. Доказать, что из $\Re_1 = \Re_2$ и $\Im_1 = \Im_2$ следует:
а) $(\Re_1 \,\&\, \Im_1) = (\Re_2 \,\&\, \Im 2)$;
б) $(\Re_1 \vee \Im_1) = (\Re_2 \vee \Im_2)$;
в) $(\Re_1 \to \Im_1) = (\Re_2 \to \Im_2)$.

1.9. Доказать эквивалентности:

а) $(x \to y) = \rceil x \vee y$;
б) $\rceil(x \,\&\, y) = \rceil x \vee \rceil y$;
в) $x \,\&\, (y \vee \rceil y) = x$;
г) $(x \vee y) \,\&\, (x \vee z) \,\&\, (y \vee t) \,\&\, (z \vee t) = (x \,\&\, t) \vee (y \,\&\, t)$;
д) $x \,\&\, (x \vee z) \,\&\, (y \vee z) = (x \,\&\, y) \vee (x \,\&\, z)$;
е) $(x \vee y) \,\&\, (x \vee \rceil y) = x$;
ж) $(x \,\&\, y) \vee ((x \vee y) \,\&\, (\rceil x \vee \rceil y)) = x \vee y$;
з) $x \vee (\rceil x \,\&\, y) = x \vee y$.

1.10. Привести к ДНФ и КНФ:

а) $(x \to y) \to (z \to \rceil x) \to (\rceil y \to \rceil z)$;
б) $((((x \to y) \to \rceil x) \to \rceil y) \to \rceil z) \to z$;
в) $(x \to (y \to z)) \to ((x \to \rceil z) \to (x \to \rceil y))$.

1.11. По таблице истинности построить СДНФ и СКНФ следующих формул:

x	y	z	t	$\Re_1$	$\Re_2$	$\Re_3$	$\Re_4$
л	л	л	л	и	л	л	и

л	л	л	и	и	л	л	и
л	л	и	л	и	л	л	и
л	л	и	и	л	л	л	и
л	и	л	л	л	л	л	и
л	и	л	и	л	л	л	и
л	и	и	л	и	и	л	и
л	и	и	и	и	и	л	и
и	л	л	л	л	и	л	и
и	л	л	и	л	л	л	и
и	л	и	л	и	л	л	и
и	л	и	и	л	л	л	и
и	и	л	л	л	л	л	и
и	и	л	и	л	л	л	и
и	и	и	л	и	л	л	и
и	и	и	и	и	л	л	и

1.12. Доказать, что для любой выполнимой формулы существует эквивалентная ей СДНФ.

1.13. Доказать, что для тождественно ложной формулы не существует эквивалентной ей СДНФ.

1.14. Доказать, что для любой ложной формулы существует эквивалентная ей СКНФ.

1.15. Найти СКНФ:

а) $(\neg x \to \neg y) \to (y \,\&\, z) \to (x \,\&\, z)$;
б) $((x \to y) \to \neg x) \to (x \to (y \,\&\, x))$;
в) $(\neg(x \,\&\, y) \to \neg x) \,\&\, ((x \,\&\, y) \to \neg y)$;
г) $x \vee y$;
д) $x \,\&\, y$.

1.16. Найти СДНФ:

а) $(z \to x) \to (\neg(y \vee z) \to x)$;
б) $(\neg(x \,\&\, y) \to x) \vee (x \,\&\, (y \vee z))$;
в) $\neg(x \,\&(y \vee z)) \to ((x \,\&\, y) \vee z)$.

1.17. Найти СДНФ для формулы трех переменных, принимающей значение “истинно”, если большинство переменных имеет значение “истинно”.

1.18. Построить формулу $\Re$, такую, чтобы данная формула была тождественно истинной:

а) $((\Re \,\&\, x) \to \neg y) \to ((y \to \neg x) \to \Re)$;
б) $((\Re \to (\neg x \,\&\, y)) \to \Re) \to ((\Re \,\&\, y) \,\&\, (y \to x))$.

1.19. По СКНФ формулы $\Re$ построить:

а) СДНФ $\Re^*$ ($\Re^*$ - двойственная к $\Re$);
б) СКНФ формулы $\neg\Re$;
в) СДНФ формулы $\neg\Re$.

2. Функции алгебры логики.

Функцией алгебры логики (булевой функцией) называется любая n–местная функция имеющая областью определения и областью значения множество {0, 1}.

Будем говорить, что функция $f(x_1, \ldots x_{i-1}, x_i, x_{i+1} \ldots, x_n)$ существенно зависит от переменной x_i, если $f(x_1, \ldots x_{i-1}, 0, x_{i+1} \ldots, x_n) \neq f(x_1, \ldots x_{i-1}, 1, x_{i+1} \ldots, x_n)$. Переменные, от которых функция $f(x_1, \ldots, x_n)$ существенно зависит, называются существенными переменными для функции $f(x_1, \ldots, x_n)$, остальные – фиктивными.

В параграфе рассмотрено 11 элементарных булевых функций:

1. Две функции константы $f_1 = 0$; $f_2 = 1$;
2. Две функции одного переменного $f_3 = x$; $f_4 = \neg x$;
3. Семь функций двух переменных
   $f_5 = x \vee y$ - дизъюнкция;
   $f_6 = x \,\&\, y$ - конъюнкция;

$f_7 = x \sim y$ - эквиваленция;
$f_8 = x \to y$ - импликация;
$f_9 = x \downarrow y$ - функция Вебба;
$f_{10} = x / y$ - функция Шеффера;
$f_{11} = x \oplus y$ - сложение по модулю 2.

x	y	f_1	f_2	$f_3(x)$	$f_4(x)$	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}
0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0

Функцию f, полученную из функций $f_1,\ldots, f_k$ путем подстановки, возможно многократной, этих функций вместо переменных функции f, называют суперпозицией функций $f_1,\ldots, f_k$.

Основные классы булевых функций:
Класс функций, сохраняющих константу ноль ($f(0,\ldots,0) = 0$);
Класс функций, сохраняющих константу единицу ($f(1,\ldots,1) = 1$);
Класс самодвойственных функций ($f(x_1,\ldots,x_n) = \neg f(\neg x_1,\ldots,\neg x_n)$);
Класс линейных функций ($f(x_1,\ldots, x_n) = C_0 \oplus C_1x_1 \oplus \ldots \oplus C_nx_n$);
Класс монотонных функций (если $(x_1^{(1)},\ldots, x_n^{(1)}) \geq (x_1^{(2)},\ldots, x_n^{(2)})$, то $f(x_1^{(1)},\ldots, x_n^{(1)}) \geq f(x_1^{(2)},\ldots, x_n^{(2)})$).
Система функций G называется независимой, если ни одна из функций f этой системы не может быть представлена суперпозицией функций из $G \setminus \{f\}$.
Система функций $\{f_1,\ldots, f_m\}$ является полной, тогда и только тогда, когда она содержит функцию: 1) не сохраняющую 0; 2) не сохраняющую 1; 3) несамодвойственную; 4) нелинейную; 5) немонотонную (т. Поста).

2.1. Найти все существенные переменные следующих функций:

а) $(y \,\&\, x) \vee (\neg y \,\&\, z)$;
б) $(x \,\&\, y) \vee z$;
в) $(x \to (y \to z)) \to ((x \to y) \to (x \to z))$.

2.2. Выразить с помощью суперпозиций:

а) $\&$ и $\to$ через $\vee$ и $\neg$;
б) $\vee$ и $\to$ через $\&$ и $\neg$;
в) $\&$ и $\vee$ через $\to$ и $\neg$;
г) $\&, \vee, \to, \neg$ через $/$;
д) $\neg$ через $\to$ и 0;
е) $\neg$ через $\oplus$ и 1;
ж) $\vee$ через $\to$.

2.3. Доказать, что нельзя выразить с помощью суперпозиций:

а) $\neg$ через $\&, \to, \sim$;
б) $\to$ через $\&$ и $\vee$;
в) $\&$ через $\vee$ и $\to$.

2.4. Доказать полноту систем функций:

а) $\{ \&, \vee, \neg \}$;
б) $\{ \vee, \neg \}$;
в) $\{ \&, \neg \}$;
г) $\{ \to, \neg \}$;
д) $\{ / \}$;
е) $\{ \downarrow \}$;
ж) $\{ \oplus, \vee, 1 \}$;
з) $\{ \to, 0 \}$.

2.5. Доказать неполноту систем функций:

а) $\{ \&, \vee, \rightarrow \}$;
б) $\{ \rceil \}$.

2.6. Показать, что следующие системы функций независимы:

а) $\{ \rceil, \sim \}$;
б) $\{ \rceil, \oplus \}$;
в) $\{ \sim, \oplus \}$;
г) $\{ \sim, \vee \}$.

2.7. Показать полноту и независимость системы функций $\{ \sim, \vee, 0 \}$.

2.8. Покажите, что функции $\sim, \oplus$ не составляют полной системы функций. Какие возможны варианты сделать эту систему функций полной добавлением только одной 2-местной функции.

2.9. Привести пример полной сстемы, состоящей из одной 2-местной функции.

2.10. Привести пример полной системы функций :
а) состоящей из одной 3-местной функции;
б) состоящей из одной n-местной функции.

2.11. Доказать,что
а) из всякой немонотнной функции и функций 0 и 1 можно получить суперпозициями функцию $\rceil$;
б) из всякой несамодвойственной функции и функции $\rceil$ можно получить функции 0 и 1;
в) из всякой нелинейной функции и функций 0 и 1 можно получить суперпозициями функцию &

2.12. Доказать, что всякий базис содержит не более четырех функций.

3. Минимизация булевых функций

В разделе 1 было введено определение элементарной конъюнкции. Рангом элементарной конъюнкции назовем число букв в ней (под буквой понимается либо переменная, либо ее отрицание).
Назовем длиной ДНФ число элементарных конъюнкций в ней. Задача о минимизации булевой функции рассмотрена как задача нахождения минимальной ДНФ (МДНФ) для этой функции, т.е. имеющей наименьшее число букв по сравнению с другими ДНФ, равносильными данной функции.
Конъюнкции большего ранга покрываются конъюнкциями меньшего ранга. Если имеет место соотношение:

$$x_1 \& x_2 \& \dots \& x_n \vee x_1 \& x_2 \& \dots \& \rceil x_n = x_1 \& x_2 \& \dots \& x_{n-1}$$

то такая операция называется склеиванием.
При применении операции склеивания к элементарным конъюнкциям СДНФ будет получена Сокр. ДНФ. Сокр.ДНФ будет содержать все тупиковые ДНФ (ТДНФ) исходной формулы.
Выделив все ТДНФ из Сокр.ДНФ и сравнив их по числу букв, можно определить МДНФ.
Таким образом процесс получения МДНФ можно разбить на 2 этапа. Первый этап – получение Сокр.ДНФ. Для этого применяются методы Квайна-Мак-Класки и Блека-Порецкого. Второй этап – построение МДНФ из Сокр.ДНФ, для чего существуют методы Квайна-Мак-Класки и Петрика.
Используя таблицу истинности формулы, можно получить МДНФ с помощью метода неопределенных коэффициентов.
На практике встречаются функции, когда некоторый набор значений аргументов не может появиться на входе синтезируемого устройства, например, по техническим соображениям. Такие наборы значений аргументов называются запрещенными, и функция на них не определена. МДНФ для таких функций можно найти с помощью метода неполностью определенных функций.
Задача минимизации булевых функций сформулирована как задача определения МДНФ. Однако в базисе $\{\vee, \&, \rceil\}$ задача минимизации может быть решена как задача определения МКНФ. С этой целью в двойственных терминах следует определить понятия Сокр. КНФ, ТКНФ, МКНФ, а процесс решения задачи будет аналогичен данному.

Найти МДНФ методом неопределенных коэффициентов:

x	y	z	f_1	f_2	f_3	f_4
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0	1

0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	1	1

Найти МДНФ методом Квайна-Мак-Класки:

а) $f(x, y, z) = x \& y \& z \lor x \& \neg y \& \neg z \lor \neg x \& \neg y \& z \lor x \& \neg y \& z \lor \neg x \& y \& z \lor \neg x \& \neg y \& \neg z$;

б) $f(x, y, z, t) = x \& y \& \neg z \& \neg t \lor x \& \neg y \& z \& t \lor \neg x \& y \& z \& \neg t \lor x \& \neg y \& \neg z \& \neg t \lor \neg x \& y \& \neg z \& \neg t$.

3.3. Найти МДНФ, используя метод Блека-Порецкого:

а) $f(x, y, z, t) = x \& z \& \neg t \lor x \& \neg y \& z \lor x \& \neg y \& \neg z \lor \neg y \& z \& t \lor x \& \neg z \& \neg t$;

б) $f(x, y, z, t) = \neg x \& y \& z \lor \neg y \& z \& t \lor \neg x \& \neg y \& z \& t \lor x \& \neg y \lor \neg x \& z \& t$.

3.4. Найти МДНФ, используя метод Петрика:

а) $f(x, y, z) = x \& y \& z \lor x \& \neg y \& z \lor x \& y \& \neg z \lor \neg x \& \neg y \& z \lor x \& \neg y \& \neg z \lor \neg x \& \neg y \& \neg z$;

б) $f(x, y, z, t) = x \& y \& z \& t \lor \neg x \& \neg y \& z \& t \lor x \& y \& \neg z \& \neg t \lor x \& \neg y \& \neg z \& \neg t \lor \neg x \& \neg y \& \neg z \& t \lor \neg x \& \neg y \& \neg z \& \neg t$;

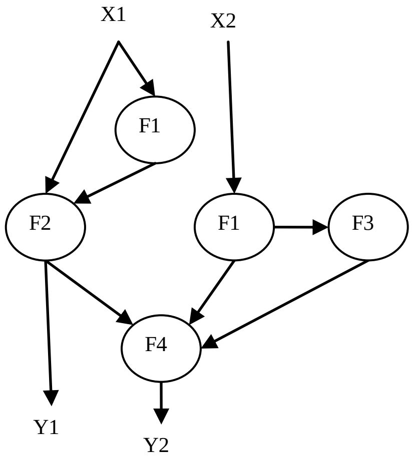
в) $f(x, y, z) = x \& \neg y \lor y \& \neg z \lor \neg x \& \neg z \lor x \& y \& z$.

3.5. Найти МДНФ неполностью определенных функций:

x	y	z	t	f_1	f_2	f_3
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	*	0	*
0	0	1	0	1	*	0
0	0	1	1	0	*	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	*
0	1	1	0	1	*	0
0	1	1	1	*	1	0
1	0	0	0	0	1	*
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	*	0
1	0	1	1	0	0	*
1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	*	0
1	1	1	0	*	0	*
1	1	1	1	1	0	0

4. Анализ и синтез логических сетей

Сеть, имеющая n входов , k выходов и вершины, соответствующие логическим функциям из заданного множества, называется логическим (n,k)-полюсником или конечным автоматом без памяти. Пример логического (2,2)-полюсника приведен на рис.1, где $X = \{X_1, X_2\}$ – множество входов логической сети, $F = \{F_1, F_2, F_3, F_4\}$ – множество логических функций, $Y = \{Y_1, Y_2\}$ – множество выходов логической сети.



Логическая сеть.

Функции, входящие в (n,k) – полюсник образуют ,следующую систему:

$$\begin{cases} Y_1 = \varphi_1(x_1,\ldots,x_n) \\ Y_2 = \varphi_2(x_1,\ldots,x_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ Y_k = \varphi_k(x_1,\ldots,x_n) \end{cases} \qquad (*)$$

Эта система называется системой собственных функций (n,k)-полюсника. Анализ логической сети сводится к написанию системы собственных функций для заданной схемы логической сети. Задача синтеза обратна задаче анализа и заключается в построении схемы (n,k)-полюсника, реализующего систему собственных функций (*)

Задача синтеза логической схемы с одним выходом, заключается в построении (n,1)-полюсника, реализующего единственную функцию $Y = \varphi(x_1,\ldots, x_n)$. В этом случае решение сводится к нахождению МДНФ или МКНФ функции Y и осуществлению синтеза по найденному минимальному представлению.

Синтез схем со многими выходами можно осуществлять несколькими способами:

1. Задачу синтеза (n,k)-полюсника рассматривать как задачу раздельного синтеза k (n,1)-полюсников.
2. Методом простых (первичных) импликант. Для этого находят простые импликанты для каждой из собственных функций, и из них получают МДНФ системы функций.
3. Методом каскадов. При этом любая собственная функция n переменных может быть записана в следующем виде:

$\varphi_i(x_1,\ldots, x_n) = x_n \& \varphi_i^1(x_1,\ldots, x_{n-1}) \vee \urcorner x_n \& \varphi_i^2(x_1,\ldots, x_{n-1}) = x_n \& (x_{n-1} \& \varphi_i^{11}(x_1,\ldots, x_{n-2}) \vee \urcorner x_{n-1} \& \varphi_i^{12}(x_1,\ldots, x_{n-2})) \vee \urcorner x_n \& (x_{n-1} \& \varphi_i^{21}(x_1,\ldots, x_{n-2}) \vee \urcorner x_{n-1} \& \varphi_i^{22}(x_1,\ldots, x_{n-2})) = \ldots$

Если при этом получаются совпадающие функции, то они используются при синтезе схемы один раз.

4. Методом неполностью определенных собственных функций.

Построить функциональную схему, работа которой определяется следующей функцией :

а) $\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 / x_2) \oplus (\urcorner x_3 \to x_1)$;
б) $\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \downarrow x_2) \& (\urcorner x_3 \vee x_4) \& (x_2 \to \urcorner x_3)$.

4.2. Построить функциональную схему (4,1)-полюсника, работа которого определяется следующей функцией $\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4)$:

x_1	x_2	x_3	x_4	а) φ	б) φ	в) φ
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1

1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0	1

4.3. Построить функциональную схему (3,4)-полюсника, работа которого определяется следующими собственными функциями φ_1, φ_2, φ_3, φ_4, с помощью метода первичных импликант :

x_1	x_2	x_3	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4
0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0

4.4. Построить функциональную схему (3,3)-полюсника, работа которого определяется следующими собственными функциями φ_1, φ_2, φ_3, с помощью метода каскадов:

x_1	x_2	x_3	φ_1	φ_2	φ_3	φ_1	φ_2	φ_3
0	0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	0	1	0	1

4.5. Синтезировать схему (3,2)-полюсника методом неполностью определенных функций:

x_1	x_2	x_3	φ_1	φ_2	φ_1	φ_2
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0

ЛИТЕРАТУРА

Гаврилов Г.П. Сборник задач по дискретной математике. – М.: Наука, 1977.
Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М. : Наука, 1984.
Марков А.А. Элементы математической логики. – М. Изд-во МГУ, 1984.
Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Введение в математическую логику: Учеб. пособие. – М. : Изд-во МГУ, 1982.
5. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика:Учеб. пособие
для ВУЗов. – М.: Наука, 1979.